



Provable security for Key Establishment Protocols

Workshop Interconsolider ARES & I-Math

María Isabel González Vasco



Universidad
Rey Juan Carlos

[Índice]

- Introducción
- Seguridad demostrable (modelo formal)
- (Muy) breve repaso histórico
- Algunas Construcciones
- Conclusiones



Introducción

Esquemas de establecimiento de clave

- Permiten a un conjunto de entidades acordar un secreto (clave) para su posterior comunicación.
 - Dos entidades (KE, AKE)
 - $N > 2$ entidades
- Distintos procesos de elección de la clave:
 - **Transporte de clave:** una entidad elige la clave y la transmite de manera segura a las demás.
 - **Acuerdo (agreement) de clave:** todas las entidades participan en la elección de la clave.

Esquemas de establecimiento de clave

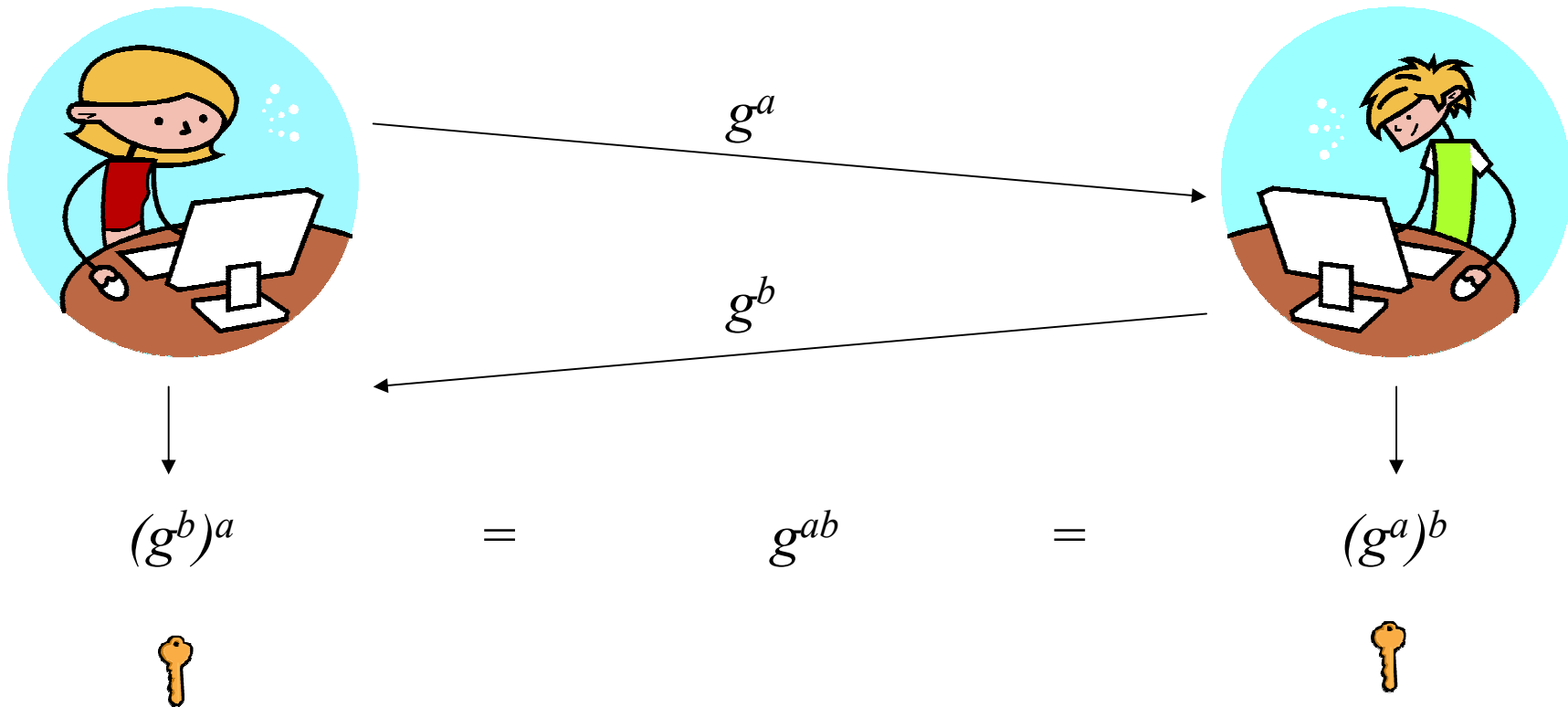
- **Distintos modelos según el tipo de entidades implicadas:**
 - Participantes = grupo de entidades que acordará la clave
 - Pueden existir entidades externas al grupo de participantes (servidores), que
 - Ayudan en el proceso de autenticación
 - No deben acceder a la clave acordada
- **Según el modelo de adversarios que consideremos:**
 - Externos: Pasivos o Activos, según un enfoque “clásico”.
 - Internos: con objetivos “retorcidos”

Esquemas de establecimiento de clave

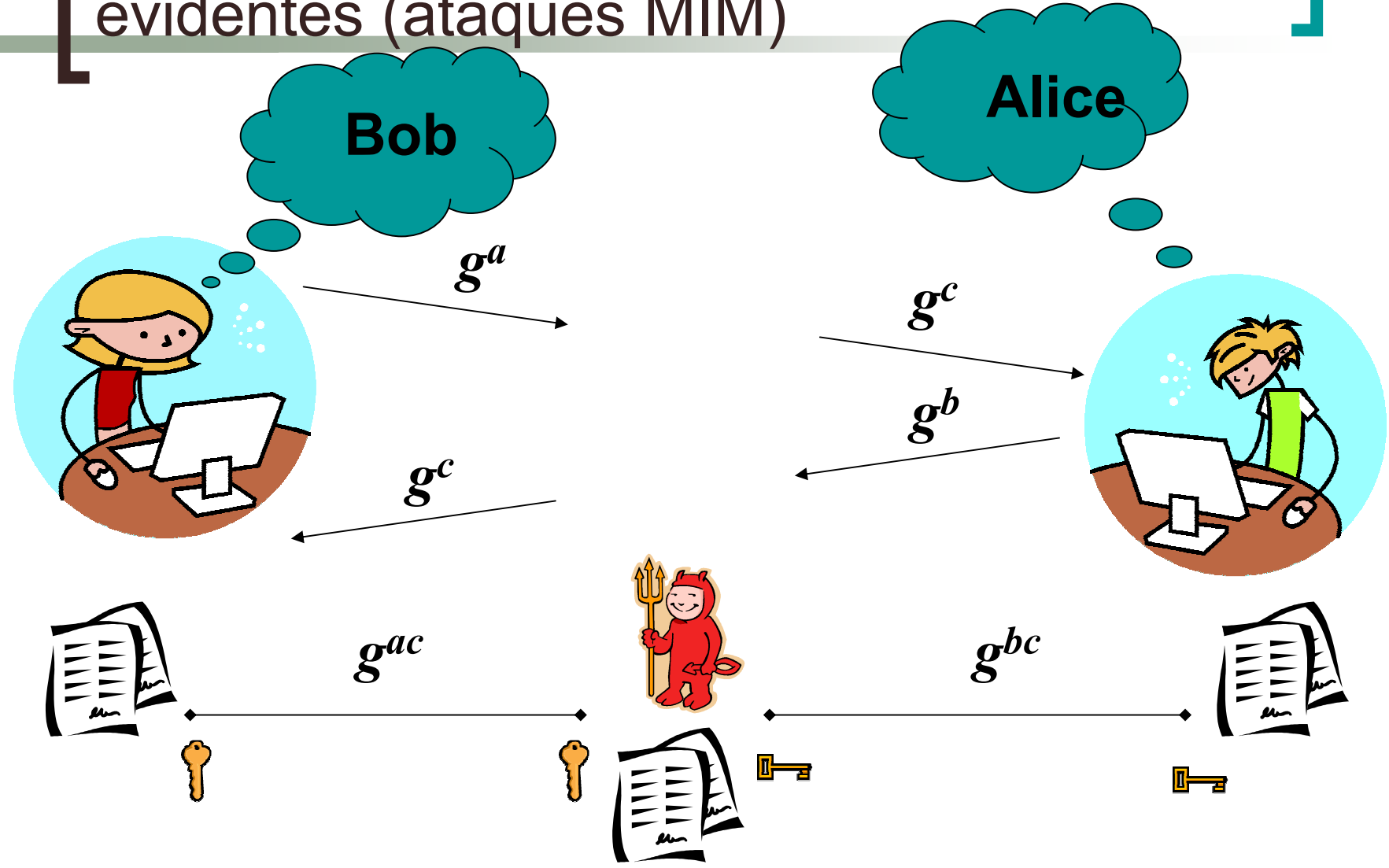
- Permiten a un conjunto de entidades acordar un secreto (clave) para su posterior comunicación.
 - N> 2 entidades
- Distintos procesos de elección de la clave:
 - **Acuerdo (agreement) de clave:** todas las entidades participan en la elección de la clave.
- **Distintos modelos según el tipo de entidades implicadas:**
 - Participantes = grupo de entidades que acordará la clave
- **Según el modelo de adversarios que consideremos:**
 - Externos: Pasivos o Activos, según un enfoque “clásico”.

Diffie-Hellman (1976)

G un grupo cíclico, con DDH difícil, g un generador

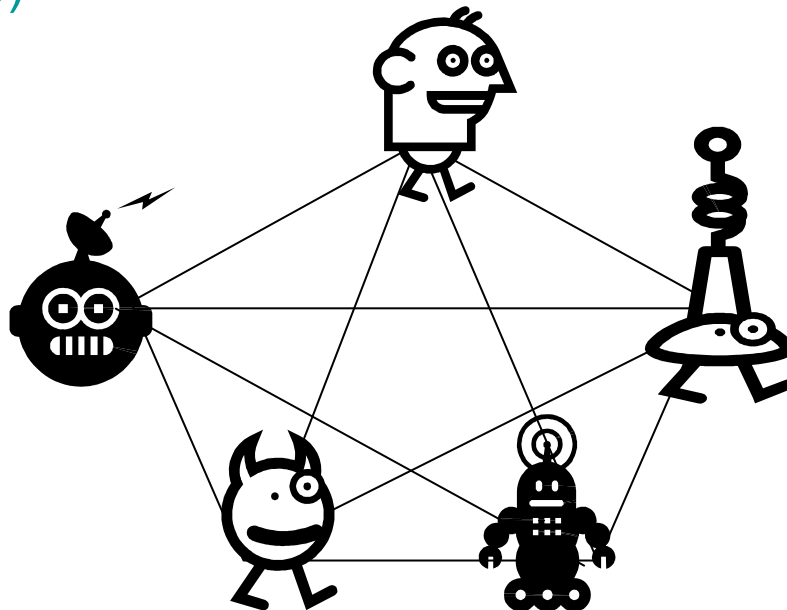


[Sin autenticación, hay problemas evidentes (ataques MIM)]



Esquemas (autenticados) de establecimiento de claves para grupos

- Objetivo: $n > 2$ entidades quieren construir una clave común de manera autenticada
- Métodos para conseguir autenticación: PKI, técnicas simétricas, **secretos compartidos de baja entropía (passwords)**





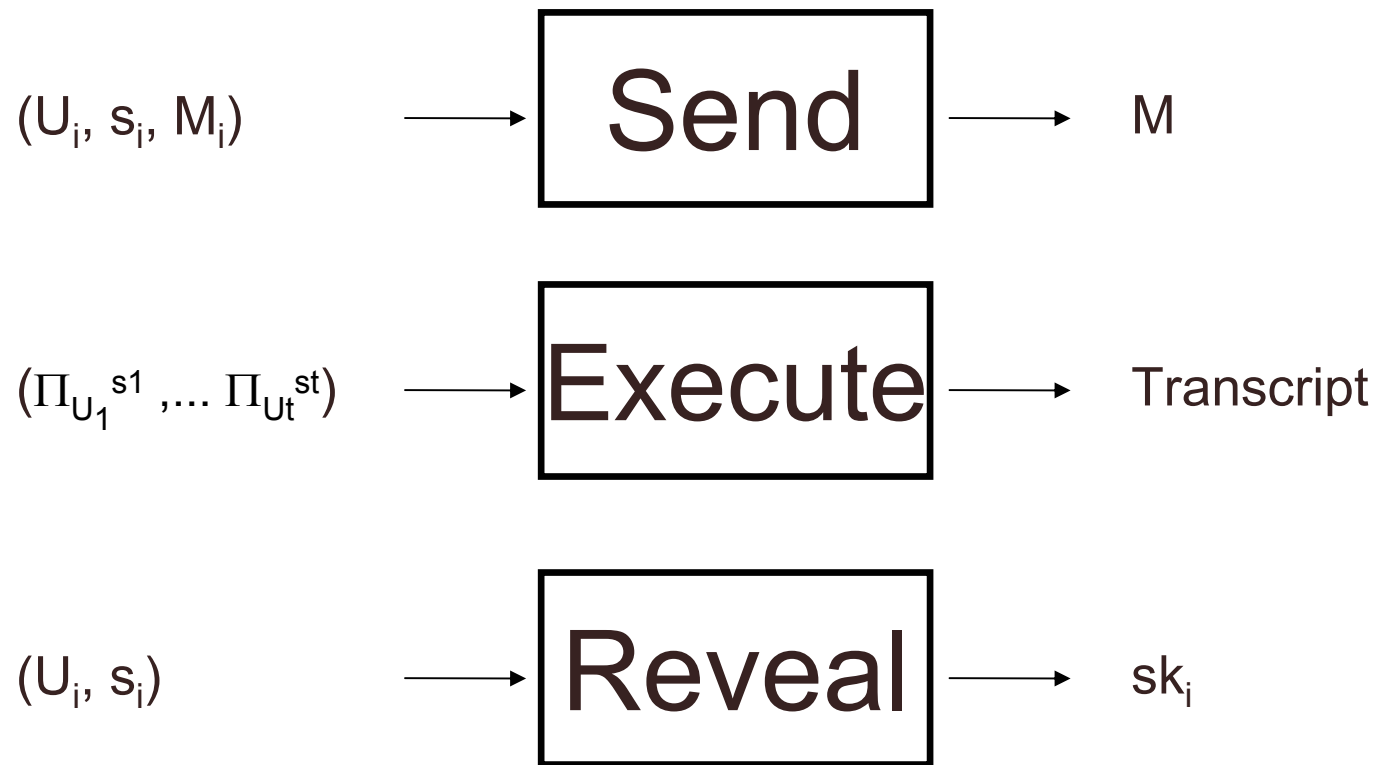
Seguridad Demostrable: Modelo Formal

Modelo

- **Red:** existe un canal conectando a cada par de participantes (no hay broadcast). La red es no privada y totalmente asíncrona.
- **Participantes:**
 - Usuarios del sistema: U_1, \dots, U_n , todos compartiendo el mismo password pw de un diccionario \mathcal{D} público (y polinomial)
 - Cada usuario está involucrado un número de ejecuciones, quizá en paralelo: $U_i \sim \Pi_i^1 \dots \Pi_i^{s_i}$
 - Cada ejecución lleva asociadas variables:
 - $\Pi_i^j \sim$ sid: identificador de sesión,
 - pid: participantes involucrados,
 - sk: clave de sesión,
 - acc: éxito/aceptación de la ejecución

[Adversario]

Su actuación se modela a partir de llamadas a oráculos, que formalizan la intervención del adversario en distintas ejecuciones del protocolo.



[Propiedades deseables (informalmente)]

- Corrección
- Privacidad de la clave
- Integridad (Unknown key-share resilience, Key confirmation, Entity-Authentication)
- Forward Secrecy
- Key Control (Agreement)

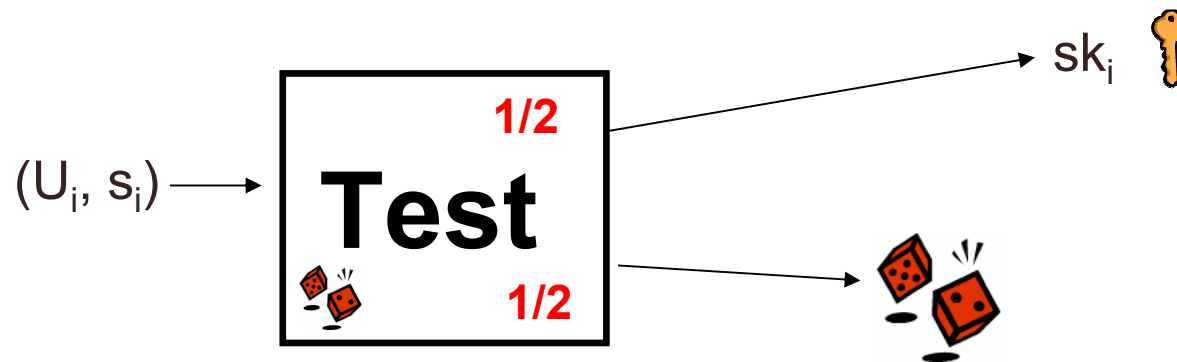
Consideraremos al menos:

- **Corrección:** Si el adversario \mathcal{A} es pasivo (sólo tiene acceso al oráculo Execute) se verifica que si dos ejecuciones $\Pi_{U_i^{si}}, \Pi_{U_j^{sj}}$ aceptan ($\text{acc}_{U_i^{si}} = \text{acc}_{U_j^{sj}} = 1$) con el mismo identificador de sesión ($\text{sid}_{U_i^{si}} = \text{sid}_{U_j^{sj}}$) entonces han construido la misma clave de sesión y la asocian al mismo grupo de participantes ($\text{pid}_{U_i^{si}} = \text{pid}_{U_j^{sj}}, \text{sk}_{U_i^{si}} = \text{sk}_{U_j^{sj}}$).
- **Integridad:** idem, pero con \mathcal{A} activo.

[Privacidad de la clave]

Se formaliza a través del siguiente planteamiento:

Considerar un oráculo de simulación Test al que el adversario sólo puede llamar con una ejecución *fresca* $\Pi_{U_1}^{s_i}$

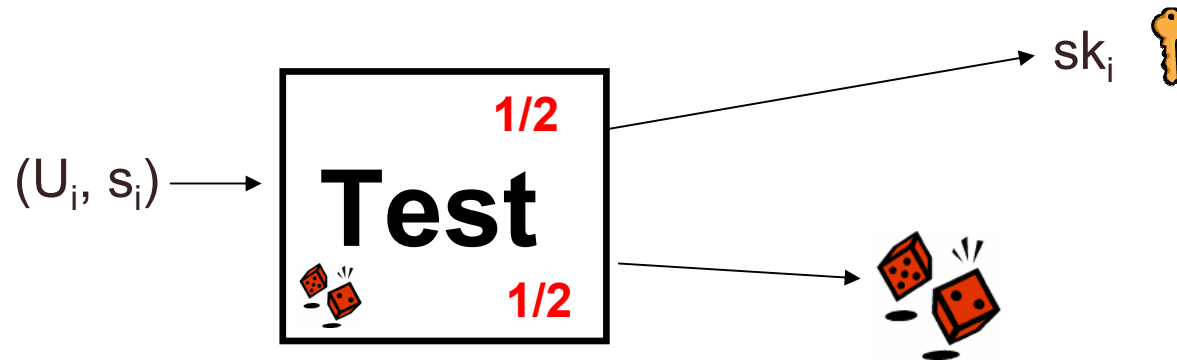


[Privacidad de la cl

Aquí, *fresca* quiere decir que \mathcal{A} no conoce la clave que se construye en esta sesión por razones triviales

Se formaliza a través del siguiente planteamiento

Considerar un oráculo de simulación Test al que un adversario sólo puede llamar con una ejecución *fresca* Π_{U_1, s_1}



Privacidad de la clave

(caso de autenticación con passwords)

Sea P la probabilidad de que \mathcal{A} adivine correctamente cuál fue la salida de Test.

Decimos que el esquema es **seguro** si

$$|2P - 1| \leq C^{\text{te}}(q / |\mathcal{D}|) + \text{negl}(l),$$

donde q denota el número de llamadas a Send que hace \mathcal{A} .



(Muy) breve repaso histórico

[GAKE: historia incompleta (en una transparencia)]

- [Burmester-Desmedt94, 05]
 - Diffie-Hellman para grupos (constant round)
- [Katz-Yung 03]
 - Compilador para construir GAKE a partir de GKE usando firma digital.
- [Kim-Lee-Lee 04]
 - Variante del esquema de BD en el ROM.
- [Joux00]
 - Diffie-Hellman para tres participantes en una ronda
- [Li-Pieprzyk99, Bresson-Catalano04]
 - Esquema basado en secret-sharing.

GPAKE: historia incompleta (en 2 transparencias)

- [Bresson et al. 02, 05]
 - Diffie-Hellman para grupos, número de rondas lineal en el número de participantes.
- [Lee-Hwang-Lee 04]
 - Seguridad demostrable en el ROM.
 - Roto por Abdalla et al. (06)
- [Dutta-Barua 06]
 - Seguridad demostrable en el ROM/ideal cipher model
 - Roto por Abdalla et al. (06)
- [Abdalla et al 06, Tang Choo 06]
 - Basado en BD
 - Seguridad demostrable en el ROM/ideal cipher model.

GPAKE: historia incompleta (en 2 transparencias)

- [Kwon-Jeong-Lee06]
 - Simplificación de Abdalla et al. 06, modelo standard.
 - Aparentemente inseguro...
- [Abdalla-Pointcheval 06]
 - Basado en el esquema de Gennaro-Lindell
 - Seguridad en el modelo estandar.
- [Bohi-G.V-Steinwandt – eprint]
 - Similar a Abdalla et al, más eficiente (de 5 a 3 rondas)
- [Abdalla-Bohli-G.V.Steinwandt07]
 - Compilador para pasar de 2-PAKE a GPAKE
 - Seguridad demostrable en el modelo estandar.



Algunas Construcciones

Burmeister-Desmedt 94,05

Parámetros públicos: g, p , donde g genera de un grupo cíclico de orden p

Round 1:

Computación: Cada U_i elige $k_i \in \mathbb{Z}_p$,

Broadcast: Cada U_i envía (U_i, g^{k_i})

Round 2:

Computación: Cada U_i computa una clave Diffie-Hellman con

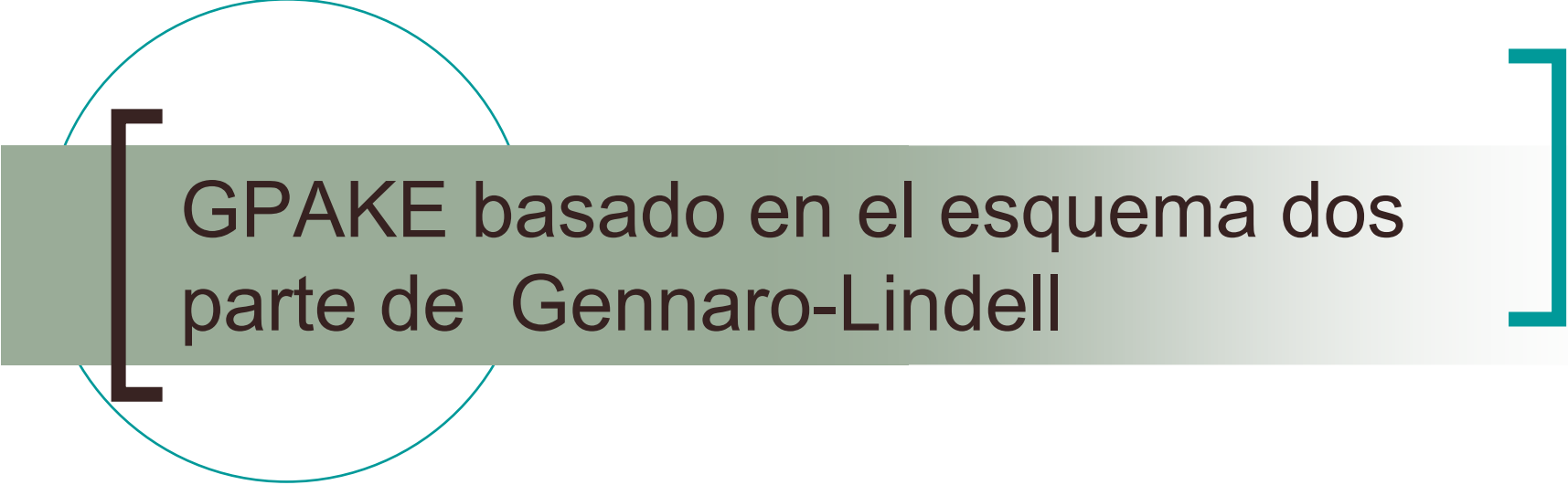
U_{i+1} y U_{i-1} , $Z_{i,i+1}$ $Z_{i-1,i}$, y calcula el cociente

$$X_i = Z_{i,i+1} / Z_{i-1,i}$$

Broadcast: Cada U_i envía (U_i, X_i)

Computación: Cada U_i calcula la clave sk como el producto de todas las claves dos a dos intercambiadas;

$$sk_i = (Z_{i,i-1})^{nk_i} X_i^{n-1} \dots X_{i+n-2}$$



GPAKE basado en el esquema dos
parte de Gennaro-Lindell

Bohli, G-V, Steinwandt [preprint]

Herramientas

Smooth Projective Hashing (Cramer-Shoup 02)

Sean X, Π, S conjuntos no vacíos, $L \subseteq X$, y K un conjunto de índices finitos. Considerar

$$H := \{ H_k : X \mapsto \Pi \}, k \in K$$

y la proyección

$$\alpha : K \mapsto S.$$

A $H = (H, K, X, L, \Pi, S, \alpha)$ se le llama *Familia hash proyectiva* - PHF - asociada a (X, L) si

$$\alpha(k) \approx H_{k|L}()$$

Herramientas (II)

Asumimos que existen algoritmos eficientes para elegir (u.a.a.) elementos de K , describir y evaluar α y evaluar H_k en un valor $x \in X$ siempre y cuando:

- (x, k) sean conocidos
- $(x, w, \alpha(k))$ sean conocidos, donde w sea un testigo de $x \in L$

Smoothness \rightarrow Conociendo sólo x y $\alpha(k)$, $H_k(x)$ is “indistinguishable” de un valor aleatorio.

Un ejemplo (basado en El Gamal)

G grupo cíclico de orden primo q , g generador, $h = g^s$

Espacio de clave: $K := \mathbb{Z}q^2$

Proyección: $\alpha(k_1, k_2) := g^{k_1} h^{k_2} = g^{k_1 + sk_2}$

Familia H : $H_k(x, y, z) = x^{k_1}(yz^{-1})^{k_2}$

Si (x, y, z) es de la forma $(g^r, h^r m, m)$, conocer r y $\alpha(k_1, k_2)$, permite computar $H_k(x, y, z)$ como $\alpha(k_1, k_2)^r$

Smoothness: si (x, y, z) es de la forma $(g^r, h^j m, m)$ entonces $H_k(x, y, z) = g^{k_1 + jsk_2}$. es un elemento aleatorio del grupo.

Herramientas (III)

Smooth projective hashing a partir de compromisos no maleables

Sea C un esquema de compromiso apropiado, y denotar por $C(pw, r)$ a un compromiso al password pw que usa aleatoriedad r .

Sea C un conjunto (eficientemente reconocible) conteniendo a todos los posibles outputs de C .

Definimos

$$X := C \times \mathcal{D}$$
$$L := \{ (c, pw) \in X \mid \exists r : c = C(pw, r) \}$$

Un testigo para $x \in L$ es la aleatoriedad r tal que $c := C(pw, r)$.

Herramientas (III)

Smooth projective hashing a partir de compromisos no maleables

Recordamos: $X := C \times D$ and $L := \{ (c, pw) \in X \mid \exists r : c = C(pw, r) \}$

Supongamos que se dispone de una smooth PHF para (X, L) :

Para cada $k \in K$ se define $H_k : X \mapsto G$, (G grupo).

La seguridad del ejemplo siguiente se basa en la siguiente propiedad:

Dada una proyección $\alpha(k)$ y dos compromisos c_1 y c_2 asociados al mismo password pw , los valores $H_k(c_1, pw)$ y $H_k(c_2, pw)$ son computacionalmente indistinguibles de valores elegidos independientemente u.a.a. en G , siempre que no se conozcan testigos asociados.

[Esquema del Protocolo (I)]

Round 1:

Computación: Cada U_i elige u.a.r. $k_i \in K$, una aleatoriedad r_i y construye un compromiso al password

$$c_i := C(\text{pw}, r_i), \text{ y la proyección } S_i := \alpha(k_i)$$

Broadcast: Cada U_i envía

$$M_i^1 := (U_i, S_i, c_i)$$

Round 2:

Computación: Cada U_i computa:

$$Z_{i,i+1} := H_{k_i}(\text{pw}, c_{i+1}) \cdot H_{k_{i+1}}(\text{pw}, c_i)$$

$$Z_{i-1,i} := H_{k_{i-1}}(\text{pw}, c_i) \cdot H_{k_i}(\text{pw}, c_{i-1})$$

$$X_i := Z_{i,i+1} \cdot Z_{i-1,i}^{-1}$$

$$c_i := C(X_i, r_i')$$

Broadcast: Cada U_i envía

$$M_i^2 := (U_i, c_i)$$

Protocol Sketch (II)

Round 3:

Broadcast: Cada U_i envía

$$M_i^3 := (U_i, X_i, r'_i)$$


Check: Cada U_i comprueba $X_n \cdots X_1 = 1$ y la corrección de los commitments recibidos.

Computación:

Cada U_i computa los valores $Z_{i,j}$ y obtiene la master key $K := (Z_{1,2}, \dots, Z_{n,1}, \text{pid})$.

A partir de K construirá la clave de sesión y el identificador de sesión; haciendo

$$UH(K) := \lambda, \quad \text{sk} := F\lambda(v_1), \quad \text{sid} := F\lambda(v_0).$$



Compilador 2-AKE a PAKE

Abdalla, Bohli, G-V, Steinwandt, [TCC 07]

Idea de la construcción:

- Partimos de cualquier esquema AKE para dos entidades, construimos un GAKE seguro
- Cada usuario U_i ejecuta el esquema AKE con sus vecinos U_{i-1} and U_{i+1} , estableciendo claves K_i^L y K_i^R
- Cada usuario U_i construye un compromiso al valor $X_i = K_i^L \oplus K_i^R$ antes de distribuirlo
- La relación $X_1 \oplus \dots \oplus X_n = 0$ y los compromisos sirven para verificar la autenticidad de los mensajes recibidos
- La clave de sesión se construye a partir de las claves AKE intercambiadas y de la pid de la sesión (para preservar la integridad)

Compilador (I)

Round 0 [2-AKE] :

Para $i=1 \dots n$, se ejecuta $2\text{-AKE}(U_i, U_{i+1})$. Al término cada usuario U_i tiene dos claves K_i^L y K_i^R que comparte con U_{i-1} y U_{i+1} resp.

Round 1:

Computación: cada U_i computa $X_i = K_i^L \oplus K_i^R$ y elige una aleatoriedad r_i para calcular un compromiso a X_i , $C_i = \mathcal{C}(i, X_i, r_i)$

Broadcast: cada U_i envía el mensaje

$$Mi^1 := (U_i, C_i)$$

[Compilador (II)]

Round 2:

Broadcast: cada U_i envía $M_i := (U_i, X_i, r_i)$

Check: cada U_i comprueba $X_1 \oplus \dots \oplus X_n = 0$ y la validez de los compromisos.

Computación: each U_i hace $K_i := K_i^L$ y calcula los $n-1$ valores:
 $K_{i-j} := K_i \oplus X_{i-1} \oplus \dots \oplus X_{i-j} = 0.$

Luego define una “master key” $K := (K_1, \dots, K_n, \text{pid})$ y obtiene $\text{UH}(K) := \lambda$.
(UH función hash universal)

Finalmente, construye

$$\text{sk} := F\lambda(v_1), \text{sid} := F\lambda(v_0)$$

Compilador (II)

λ selecciona una función dentro de una familia “especial” de funciones pseudoaleatorias – Katz-Shin 05)

os compromisos.

Comp... valores:

$$\oplus X_{i-1} \dots \oplus X_{i-j} = 0.$$

Luego define una “master key” $K := (K_1, \dots, K_n, \text{pid})$ y obtiene $\text{UH}(K) := \lambda$. (UH función hash universal)

Finalmente, construye

$$\text{sk} := F\lambda(v_1), \text{sid} := F\lambda(v_0)$$

[Análisis de Seguridad]

- **Integridad:** Viene de la resistencia a colisiones de la familia de funciones pseudoaleatorias: a igual λ habrá igual sid, pid y sk.
- **Privacidad de la clave:** La demostración explota la no-maleabilidad de los compromisos utilizados y las propiedades de la familia de funciones pseudoaleatorias.
- Otras propiedades especiales del 2-AKE se trasladan al GAKE (forward secrecy)

Conclusiones

- Al hacer una propuesta es imprescindible delimitar el modelo de seguridad (adversarios considerados, objetivos perseguidos) y demostrar formalmente las propiedades del esquema en ese escenario.
- Es difícil construir esquemas demostrablemente seguros y eficientes en el modelo estándar, aunque ya existen varias aceptables.
- Actualmente, la mayoría de los trabajos se encaminan a conseguir esquemas en modelos más restrictivos:
 - UC – composibilidad universal
 - Composibilidad con dependencias en aleatoriedades
 - Usuarios maliciosos

¡¡Gracias!!

¿preguntas?

